

文章编号: 1000-7598 (2014) 12-3443-09

双相多孔介质中体波传播特性影响参数研究

刘志军^{1,2}, 夏唐代^{1,2}, 张琼方^{1,2}, 黄博^{1,2}

(1. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 杭州 310058; 2. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 杭州 310058)

摘要: 基于修正的 Biot 理论, 通过数值计算分别研究了 3 种体波 (P_1 、 P_2 、S 波) 的波速和衰减与固体颗粒压缩性、频率、孔隙率、流体黏滞系数、动力渗透系数等参数之间的关系。分析结果表明: (1) P_1 、 P_2 波的波速和衰减与固体颗粒压缩性之间近似呈线性变化关系, 而 S 波则几乎保持不变, 并通过定量比较发现, 能否忽略固体颗粒压缩性的影响取决于固体骨架体变模量 (K_b) 与固体颗粒体变模量 (K_s) 的比值; (2) 孔隙率对 P_1 、S 波波速的影响较为显著, 并且预测当孔隙率接近于 1.0 时, P_1 、 P_2 波之间发生相互转换; (3) 3 种体波的波速和衰减均随流体黏滞系数和动力渗透系数而变化, 且在这两个参数下的变化规律基本相反; (4) 3 种体波的波速和衰减均随频率的增大而增大, 其中, 频率对 P_2 波的影响较大。

关键词: 固体颗粒压缩性; 频率; 孔隙率; 流体黏滞系数; 动力渗透系数

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

Parametric studies of propagation characteristics of bulk waves in two-phase porous media

LIU Zhi-jun^{1,2}, XIA Tang-dai^{1,2}, ZHANG Qiong-fang^{1,2}, HUANG Bo^{1,2}

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: Based on the modified Biot theory, the effects of grain compressibility, frequency, porosity, fluid viscosity and dynamic permeability on the velocity and attenuation of the three bulk waves (P_1 , P_2 , S) in infinite two-phase porous media are studied by numerical calculation, respectively. Numerical results show that: (1) the velocity and attenuation of compressional waves (P_1 , P_2) are variable and approximately linear with grain compressibility, while those of shear wave (S) almost keep constant, and by quantitative comparison, it is found that whether the effect of grain compressibility can be neglected or not depends on the ratio between skeleton bulk modulus K_b and grain bulk modulus K_s . (2) The porosity affects the velocity of P_1 and S obviously; and it can be predicted that mutual conversion between P_1 and P_2 when the porosity almost reaches 1.0. (3) Both the fluid viscosity and the dynamic permeability have effects on the velocity and attenuation of P_1 , P_2 and S, but for each of the waves, the variation trends with those two parameters are almost opposite. (4) The velocity and attenuation of the three bulk waves increase with frequency; and among them P_2 is affected by frequency most.

Key words: grain compressibility; frequency; porosity; fluid viscosity; dynamic permeability

1 引言

20 世纪 50 年代, Biot^[1] 的开创性研究奠定了双相多孔介质理论的基础, 并成功预言了流体饱和多孔介质中存在两种压缩波 (P_1 、 P_2 波) 和一种剪切波 (S 波)。此后, 国内外许多学者对双相多孔介质理论进行了大量的研究。从已有的研究文献中可以发现, 迄今为止, 关于双相多孔介质波动问题的研究主要集中于理论解析表面波 (Rayleigh 波和 Love

波) 的传播特性、体波在不同分界面上的反射与透射等问题。在涉及双相多孔介质中体波的传播特性时, 往往在数值计算中仅分析了频率对波速和衰减的影响^[2-6], 而对其他参数的影响研究较少。

Beskos^[7] 研究了双重孔隙双相介质理论及在不同孔隙率和渗透系数下 4 种体波的波速和衰减随频率的变化; 杨峻等^[8] 对饱和土 (单孔隙) 中 3 种体波的波速和衰减与频率、孔隙率、流体黏滞系数、渗透系数之间的关系进行了较为详细的数值分析,

收稿日期: 2013-08-06

基金项目: 国家自然科学基金 (No. U1234204, No. 51378463) 资助项目。

第一作者简介: 刘志军, 男, 1988 年生, 博士研究生, 主要从事土动力学方面的研究工作。E-mail: zj_lew@126.com

但没有分析固体颗粒压缩性的影响,且将孔隙率限定在一个较小的范围内(0.05~0.45);Kim等^[9]研究了流体饱和多孔介质中固体颗粒可压缩与不可压缩下两种压缩波(P₁、P₂波)的波速和衰减的理论解析,并且通过数值计算分析了在不同孔隙率、流体黏滞系数、孔隙率和固体骨架体变模量下,P₁、P₂波的波速和衰减与渗透系数和频率乘积($k\omega$)之间的关系,但这些参数的影响并没有得到直观的体现,且没有对剪切波(S波)进行分析;周凤玺等^[10]研究了饱和冻土中P₁、P₂、S波的波速和衰减与频率和孔隙率(0.05~0.45)之间的关系;李鹏等^[11]研究了渗透系数取0与无穷大两种情况下饱和土压缩波波速;Sharma^[12]简要分析了在不同Biot系数下饱和黏性流体介质中的慢剪切波的波速和衰减变化。

另外,不少学者在考虑或不考虑固体颗粒压缩性下,对双相多孔介质中波传播特性问题进行了研究^[5, 8, 13-14],但没能够反映出固体颗粒压缩性对波传播特性的影响,其主要原因有二:一是当不考虑固体颗粒压缩性(即假设固体颗粒不可压缩)时,就在假设Biot系数为1($\alpha=1$)这一极端情况下进行研究,而不是分析Biot系数 α 连续变化对波速和衰减的影响,且大部分仅是理论解析;二是目前关于双相多孔介质中考虑或不考虑固体颗粒压缩性($\alpha=1$)时平面波传播特性的研究,不是在同一文献中,也不是在相同的介质参数下进行的,或者所研究的问题不同,因此,无法对两者的结果进行比较。

可以看出,对于体波的传播特性与频率、孔隙率、渗透系数、流体黏滞系数等参数之间关系的研究较为零散,而关于固体颗粒压缩性影响的研究则很少。基于此,本文运用修正的Biot理论(忽略Biot理论中取值不易确定的质量耦合系数,即 $\rho_{12}=0$),对无限空间均匀、各向同性的双相多孔介质中3种体波的传播特性进行了全面分析。首先对双相多孔介质中弹性平面波进行了详细求解,然后通过数值计算,逐一分析了固体颗粒压缩性、频率、孔隙率、流体黏滞系数以及动力渗透系数对P₁、P₂、S波的波速和衰减的影响,最后进行了总结。

2 双相多孔介质波动理论

2.1 波动控制方程

由文献[15]中的相关方程,可推导出如下双相多孔介质中 $\mathbf{u}$ - $\mathbf{U}$ 位移矢量形式的波动控制方程为

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + [\lambda + \mu + \alpha(\alpha - n)M] \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + n\alpha M \nabla(\nabla \cdot \mathbf{U}) = (1 - n)\rho_s \ddot{\mathbf{u}} + n\rho_f \ddot{\mathbf{U}} \quad (1)$$

$$(\alpha - n)M \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + nM \nabla(\nabla \cdot \mathbf{U}) = \rho_f \ddot{\mathbf{U}} - \frac{n\eta}{\kappa}(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{U}$ 分别为固体骨架和孔隙流体的绝对位移矢量(m); ρ_s 、 ρ_f 分别为固体颗粒和流体密度(kg/m^3); n 为介质孔隙率; η 为孔隙流体黏滞系数($\text{Pa} \cdot \text{s}$); κ 为固体骨架动力渗透系数(m^2), $\kappa = k\eta / \rho_f g$,其中, k 为固体骨架渗透系数(m/s), g 为重力加速度(m/s^2); λ 、 μ 为弹性固体骨架的Lame常数, μ 又被称为固体骨架的剪切模量(Pa); α 、 M 为表征固体颗粒及流体压缩性的Biot系数,它们与双相多孔介质中各体变模量之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1 - \frac{K_b}{K_s} \\ M &= \frac{K_s^2}{K_d - K_b} \\ K_d &= K_s \left[1 + n \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: K_s 、 K_b 、 K_f 分别为固体颗粒、固体骨架和孔隙流体的体变模量(Pa)。

2.2 弹性平面波求解

引入标量势 φ_s 、 φ_f 和矢量势 $\boldsymbol{\psi}_s$ 、 $\boldsymbol{\psi}_f$,根据矢量场的Helmholtz分解定理,位移矢量 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{U}$ 可分解为^[16-17]

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi_s + \nabla \times \boldsymbol{\psi}_s, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\psi}_s = 0 \quad (4)$$

$$\mathbf{U} = \nabla \varphi_f + \nabla \times \boldsymbol{\psi}_f, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\psi}_f = 0 \quad (5)$$

将式(4)、(5)代入式(1)、(2),并对方程两边取散度,得到压缩波方程为

$$[\lambda + 2\mu + \alpha(\alpha - n)M] \nabla^2 \varphi_s + \alpha n M \nabla^2 \varphi_f = (1 - n)\rho_s \ddot{\varphi}_s + n\rho_f \ddot{\varphi}_f \quad (6)$$

$$(\alpha - n)M \nabla^2 \varphi_s + nM \nabla^2 \varphi_f = \rho_f \ddot{\varphi}_f - \frac{n\eta}{\kappa}(\dot{\varphi}_s - \dot{\varphi}_f) \quad (7)$$

类似地,对方程两边取旋度,得到剪切波方程为

$$\mu \nabla^2 \boldsymbol{\psi}_s = (1 - n)\rho_s \ddot{\boldsymbol{\psi}}_s + n\rho_f \ddot{\boldsymbol{\psi}}_f \quad (8)$$

$$0 = \rho_f \ddot{\boldsymbol{\psi}}_f - \frac{n\eta}{\kappa}(\dot{\boldsymbol{\psi}}_s - \dot{\boldsymbol{\psi}}_f) \quad (9)$$

设方程(6)~(9)的平面波(xoz 平面)解为

$$\{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \varphi_s \\ \varphi_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_s \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_p \cdot \mathbf{r})] \\ A_f \exp[i(\omega t - \mathbf{l}_p \cdot \mathbf{r})] \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\{\psi\} = \begin{Bmatrix} \psi_s \\ \psi_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B_s \exp[i(\omega t - l_s \cdot r)] \\ B_f \exp[i(\omega t - l_f \cdot r)] \end{Bmatrix} \quad (11)$$

式中： i 为虚数单位， $i = \sqrt{-1}$ ； ω 为角频率 (rad/s)， $\omega = 2\pi f$ ， f 为频率 (Hz)； A_s 、 A_f 、 B_s 、 B_f 均为波振幅； r 为波的位置矢量； l_p 、 l_s 分别为压缩波和剪切波的波矢量。

本文研究的是二维平面波，故有 $\partial/\partial y = 0$ ， $u_y = U_y = 0$ 。由式 (4)、(5) 可知， xoz 平面内的弹性波仅与矢量势的分量 ψ_{sy} 、 ψ_{fy} 有关，故在上述的假设平面波解中，矢量势 ψ_s 、 ψ_f 只有 1 个分量。

将式 (10)、(11) 代入式 (6)、(7)，整理后可得式 (12)、(13)。

$$\{[\lambda + 2\mu + \alpha(\alpha - n)M]l_p^2 - (1 - n)\rho_s\omega^2\}A_s + (\alpha n M l_p^2 - n\rho_f\omega^2)A_f = 0 \quad (12)$$

$$\left[(\alpha - n)M l_p^2 - i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \right] A_s + \left(n M l_p^2 - \rho_f\omega^2 + i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \right) A_f = 0 \quad (13)$$

其中，标量 l_p 、 l_s 为相应波矢量的模，也称作波数。在坐标系 xoz 平面中有： $l_p \cdot r = l_{px}x + l_{pz}z$ ， $l_s \cdot r = l_{sx}x + l_{sz}z$ ， $n_x^2 + n_z^2 = 1$ 。

要使式 (12)~(13) 中的振幅 A_s 、 A_f 存在非 0 解，则方程的系数行列式须等于 0，即满足：

$$\begin{vmatrix} [\lambda + 2\mu + \alpha(\alpha - n)M]l_p^2 - (1 - n)\rho_s\omega^2 & \alpha n M l_p^2 - n\rho_f\omega^2 \\ (\alpha - n)M l_p^2 - i\omega \frac{m\eta}{\kappa} & n M l_p^2 - \rho_f\omega^2 + i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \end{vmatrix} = 0 \quad (14)$$

由上述非 0 解条件可导出压缩波的弥散方程为

$$A l_p^4 + B l_p^2 + C = 0 \quad (15)$$

其中：

$$A = nM(\lambda + 2\mu);$$

$$B = (\lambda + 2\mu + \alpha^2 M) \left(-\rho_f\omega^2 + i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \right) - nM\rho\omega^2 + 2\alpha nM\rho_f\omega^2;$$

$$C = (1 - n)\rho_s\rho_f\omega^4 - i\rho\omega^3 \frac{m\eta}{\kappa}.$$

式中： $\rho = (1 - n)\rho_s + n\rho_f$ ，为双相多孔介质单元密度 (kg/m^3)。

求解式 (15)，可得

$$l_p^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (16)$$

将式 (10)、(11) 代入式 (8)、(9)，整理后可得

$$[\mu l_s^2 - (1 - n)\rho_s\omega^2]B_s - n\rho_f\omega^2 B_f = 0 \quad (17)$$

$$i\omega \frac{m\eta}{\kappa} B_s + \left(\rho_f\omega^2 - i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \right) B_f = 0 \quad (18)$$

式 (17)、(18) 中振幅 B_s 、 B_f 存在非 0 解，则上述方程的系数行列式需满足：

$$\begin{vmatrix} \mu l_s^2 - (1 - n)\rho_s\omega^2 & -n\rho_f\omega^2 \\ i\omega \frac{m\eta}{\kappa} & \rho_f\omega^2 - i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

由上述非 0 解条件可导出剪切波的弥散方程为

$$\mu \left(\rho_f\omega^2 - i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \right) l_s^2 - (1 - n)\rho_s\rho_f\omega^4 + i\rho\omega^3 \frac{m\eta}{\kappa} = 0 \quad (20)$$

由式 (20) 可得

$$l_s^2 = \frac{(1 - n)\rho_s\rho_f\omega^4 - i\rho\omega^3 \frac{m\eta}{\kappa}}{\mu \left(\rho_f\omega^2 - i\omega \frac{m\eta}{\kappa} \right)} \quad (21)$$

由式 (16)、(21) 可以看出，双相多孔介质中体波的波数均为复数 ($l = a + bi$)，且其波数的虚部必须为正实数 ($b > 0$)，这才使得波振幅随着传播距离的增加而衰减，即具有衰减性。由上述波数解的特性可知，压缩波波数 l_p 有 2 个满足条件的解—— l_{p1} 、 l_{p2} ，剪切波有 1 个满足条件的解—— l_s 。因此，双相孔隙介质中存在 3 种体波，2 种压缩波 (P_1 、 P_2 波) 和 1 种剪切波 (S 波)。由于波数解中含有频率 ω ，所以 3 种波均具有弥散性。

由式 (16) 和 (21) 求得的 P_1 、 P_2 和 S 波的复波数可导出 3 种体波的波速和衰减。杨峻^[8]、周凤玺^[10]、Stoll^[18]等文献中衰减系数的表达式虽有所不同 (如周凤玺等^[10]中衰减表达式不同是因为所假设的平面波解形式不同而导致的)，但其所代表的波的衰减特性是一致的，均是以复波数的虚部 (或再乘以系数 8.686) 表示波的绝对衰减程度。Dai^[6]、杨峻^[8]、Nandal^[19]等提出了品质因子 (quality factor，杨峻等^[8]称之为特征衰减)，它的提出主要是基于复波数虚部和实部均随参数的变化而变化，以两者的比值表征波的相对衰减程度。相较而言，前者更为直接地表征了波的衰减快慢，因此，本文采用如下表达式：

波速 (m/s)：

$$v_j = \frac{\omega}{|\text{Re}(l_j)|} \quad (22)$$

衰减 (dB/m)：

$$\beta_j = \text{Im}(l_j) \quad (23)$$

式中: $\text{Im}(l_j) > 0$, $j = p_1, p_2, s$; Re 、 Im 分别表示对复数取实部、虚部。

3 数值分析

本节通过数值计算全面分析了双相多孔介质中体波的传播特性,即固体颗粒压缩性、频率、孔隙率、流体黏滞系数和动力渗透系数等参数对 3 种体波的波速和衰减的影响,双相多孔介质中有关参数取值如表 1 所列。在分析某一参数的影响时,除文中特别说明外,将该参数视为变量,而其他参数为常量,并按表 1 中所取的数值用于计算。

3.1 固体颗粒压缩性的影响

修正的 Biot 理论中,与固体颗粒压缩性有关的参数是 Biot 系数 α ,且 $\alpha = 1 - K_b / K_s$ 。为了分析固体颗粒压缩性的影响,即 Biot 系数 α 与 3 种体波的

波速和衰减之间的关系,假设固体颗粒体变模量 K_s 保持不变,而固体骨架体变模量 K_b 随 α 而变化,两者的关系为 $K_b = (1 - \alpha)K_s$,这是因为 K_b 也是修正的 Biot 理论中的一个参数(见式(2))。通过数值计算得到波速和衰减与 α 之间的关系曲线,如图 1 所示。

图 1 分析了 Biot 系数 α 取值在 0.9~1.0 范围(即 $K_b / K_s = 0.1 \sim 0.0$)内波速和衰减的变化。结果表明,3 种体波的波速和衰减均与 α 之间几乎呈线性变化关系。其中, P_1 波的波速和衰减随 α 的增大而相应地增大和减小, P_2 波的波速和衰减随 α 的变化则与 P_1 波恰好相反,并且从数值上可以看出,变化都较平缓; S 波的波速和衰减随 α 的变化曲线近似为一条水平线,表明受 α 的影响非常小,且 S 波的衰减趋近于 0。另外,从图 1 中还可以发现, P_1 波比 P_2 波传播快,且衰减慢。

表 1 双相多孔介质的数值计算参数

Table 1 Numerical values of parameters for two-phase porous medium

孔隙率 n	固体颗粒密度 $\rho_s / (\text{kg/m}^3)$	流体密度 $\rho_f / (\text{kg/m}^3)$	动力渗透系数 κ / m^2	流体黏滞系数 $\eta / (\text{Pa} \cdot \text{s})$	Lame 常数		固体骨架体变模量 K_b / MPa	固体颗粒体变模量 K_s / GPa	孔隙流体体变模量 K_f / GPa
					λ / MPa	μ / MPa			
0.15	2 650	1 000	10^{-10}	8×10^{-3}	26.1	26.1	43.6	36	2.0

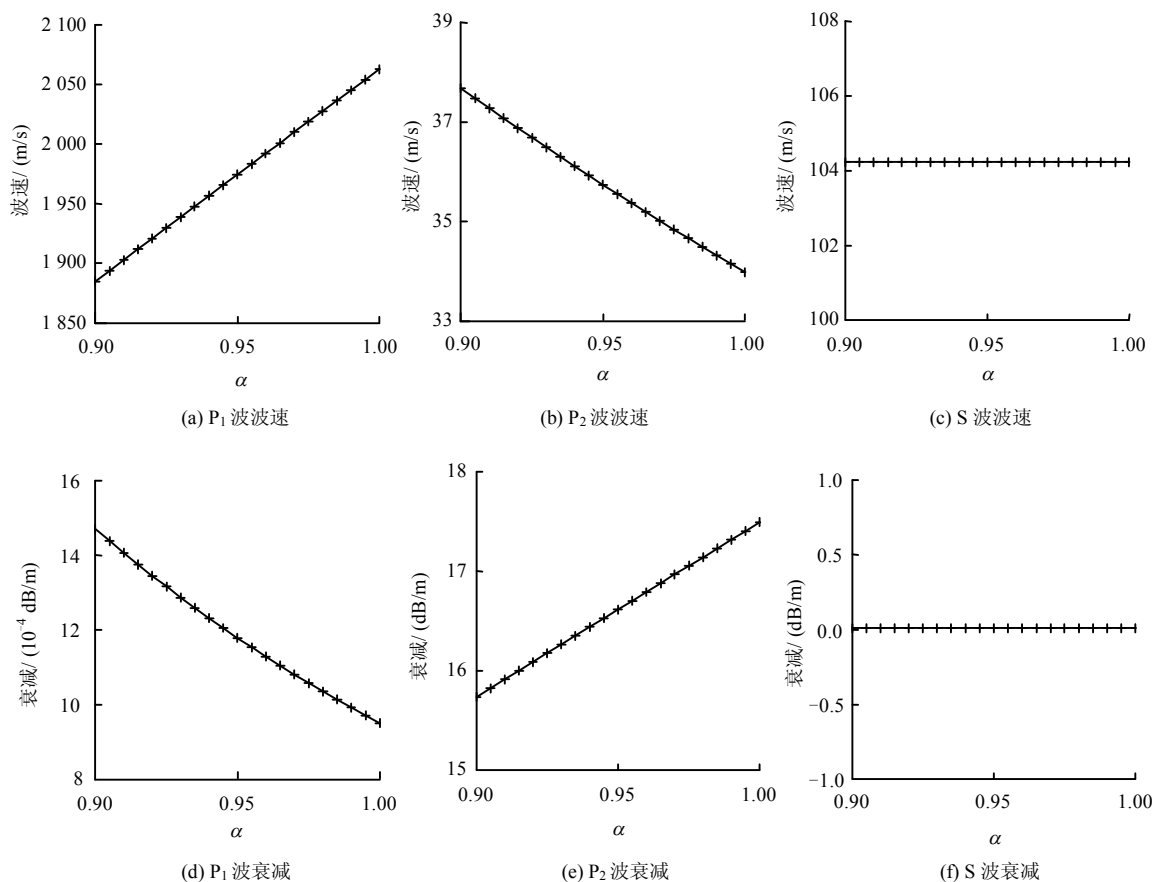


图 1 波速和衰减随 Biot 系数 α 的变化曲线 ($f = 100 \text{ Hz}$)

Fig.1 Curves of wave velocity and attenuation vs. Biot coefficient α ($f = 100 \text{ Hz}$)

3.2 频率的影响

图 2 分析了不同的 Biot 系数 α 值下双相多孔介质中体波的波速和衰减随频率的变化关系, 结果表明, 3 种体波与频率相关的弥散特性和衰减特性与以往众多学者^[5,8]的研究结果是一致的, 即: 3 种体波中 P_1 波传播最快, 但衰减最慢, 而 P_2 波传播慢, 但衰减最快, 在低频范围内 P_1 、S 波的衰减很小; P_2 波的波速和衰减受频率的影响较大, 在分析其他参数的影响时也基本都能发现上述变化规律。从图中还可以看出, 在高频范围内 P_2 波的波速大于 S 波的波速, 因此, 两者的波速大小不存在惟一的关系。

此外, 由图还可以更直观、定量地分析固体颗粒压缩性 (Biot 系数 α) 对波速和衰减的影响。在数值分析中, 仍然假设固体颗粒体变模量保持不变, 即 $K_s = 36 \text{ GPa}$, 而 $K_b = (1 - \alpha)K_s$ 。图 2 中列举了 4 种不同的 Biot 系数, $\alpha = 1.000 0$ 、 $0.998 8$ 、 $0.987 9$

和 $0.878 9$, 与 α 值相对应的固体骨架体变模量分别为 $K_b = 0$ (即不考虑固体颗粒压缩性的影响)、 $K_b = 43.6$ 、 436 MPa 和 4.36 GPa 。从图中可以看出, 相应于 $\alpha = 1.000 0$ 和 $\alpha = 0.998 8$ 的曲线几乎是重叠的, 表明这两个不同的 α 值所引起的波传播特性差异非常小, 这种情况下在研究时可以忽略固体颗粒压缩性的影响; 但相应于 $\alpha = 0.878 9$ 的曲线已明显地与其他曲线分离开来 (P_1 、 P_2 波), 表明 α 的影响较为显著, 此时若忽略固体颗粒压缩性的影响则会带来较大误差。因此, 当 Biot 系数 α (或比值 K_b / K_s) 在某个范围内, 可以不考虑固体颗粒的压缩性, 但当 α 超出该范围时, 则需考虑固体颗粒的压缩性。因此, 能否忽略固体颗粒的压缩性的影响取决于介质体变模量比值 K_b / K_s 的大小。从图 2 也可以发现, α 对 S 波的波速和衰减没有影响, 这也验证了图 1 中的相关结论。

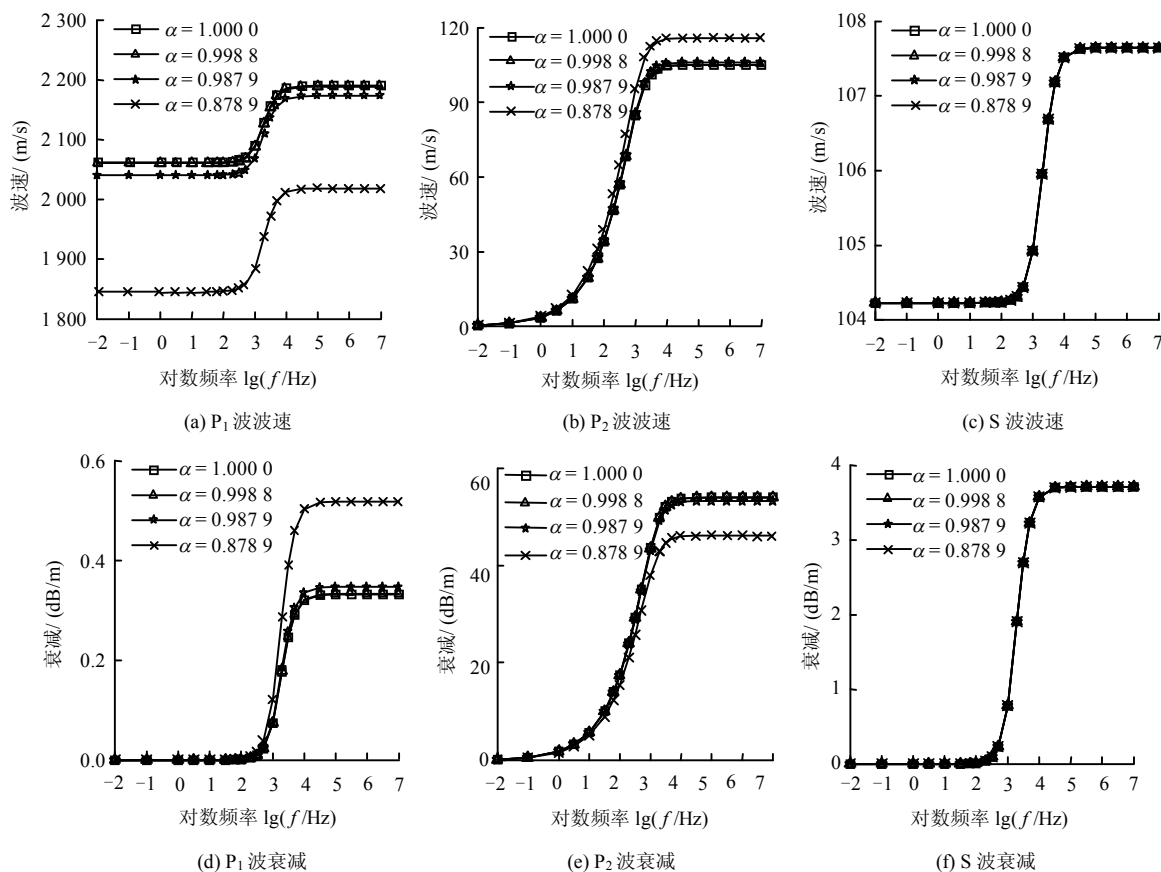


图 2 波速和衰减随频率变化曲线

Fig.2 Curves of wave velocity and attenuation vs. frequency f

3.3 孔隙率的影响

图 3 分析了孔隙率在 $0.010 \sim 0.980$ 范围内 3 种体波的波速和衰减的变化。杨峻等^[8]也研究了孔隙率的影响, 但将孔隙率限于 $0.050 \sim 0.450$ 范围内, 与之相比, 图 3 的分析能更为全面、客观地反映孔

隙率对波速和衰减的影响。

从图可以发现, 孔隙率 n 对 P_1 、S 波的波速影响较大, 其中, P_1 波的波速随 n 增大而减小 (在 n 接近 0.980 时有细微增大), S 波的波速随 n 增大而增大; 对于 P_2 波, 在 n 较小时, 其波速随 n 增大而

增大, 然后随着 n 的增大而基本保持不变 (在 n 接近 0.980 时有细微增大); P_2 、S 波的衰减均随 n 增大而增大, P_1 波的衰减随孔隙率的变化存在一明显

的拐点, 即先增大后减小。另外, 也可以看出, P_2 波衰减最快, S 波次之, P_1 波最慢, 与前面的研究结果相符。

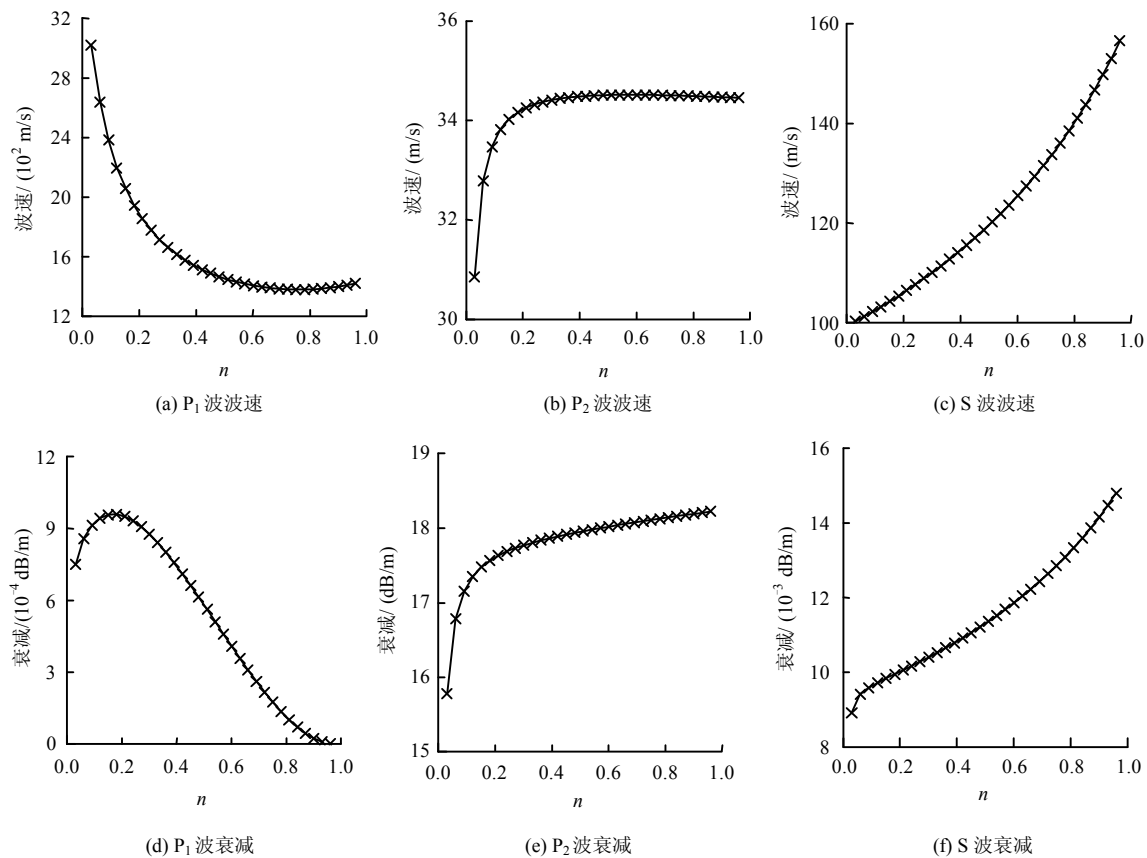


图3 波速和衰减随孔隙率的变化曲线 ($f = 100$ Hz)

Fig.3 Curves of wave velocity and attenuation vs. porosity n ($f = 100$ Hz)

上述结论与杨俊等^[8]关于孔隙率影响的研究结果一致, 但两者在曲线形状上存在较大差异, 主要是源于两者曲线图中纵坐标轴取值范围不同, 相比之下, 本文图3突出了波速和衰减随孔隙率的变化。例如, P_1 波的衰减很小, 若纵坐标轴取值过大, 其衰减曲线将近似为直线, 尤其是曲线转折部分将难以呈现出来, 不利于直观地判断介质参数的影响。值得提出的是, 在数值分析中发现, 当孔隙率在 0.980~0.999 范围内时, P_1 、 P_2 波的波速和衰减会

发生显著的突变。由于数值前后差异太大, 限于篇幅, 故没有在图3中呈现出来, 将其数值计算结果列于表2。可以预测, 在孔隙率接近于 1.000 时, P_1 波和 P_2 波两者发生了相互转换 (快纵波变成了慢纵波, 慢纵波则变成了快纵波)。虽然常见的双相多孔介质——土体的孔隙率一般都远小于 1.000, 但随着人造材料的发展和推广应用, 这一发现为高孔隙率介质 (如人造材料) 中的波动问题研究提供了参考, 具有一定的理论意义。

表2 孔隙率在 0.980~0.999 范围内的数值计算结果

Table 2 Numerical calculation results of porosity between 0.980 and 0.999

孔隙率 n	波速/(m/s)			衰减系数/(dB/m)		
	V_{P_1}	V_{P_2}	V_s	β_{P_1}	β_{P_2}	β_s
0.980	1 429.874	34.449	158.957	2.800×10^{-8}	18.232	0.015
0.986	1 432.797	34.447	159.724	3.230×10^{-7}	18.235	0.015
0.990	34.446	1 434.800	160.242	18.236	7.000×10^{-7}	0.015
0.996	34.444	1 437.885	161.028	18.239	1.540×10^{-6}	0.015
0.998	34.444	1 438.936	161.293	18.240	1.900×10^{-6}	0.015
0.999	34.444	1 439.465	161.426	18.241	2.090×10^{-6}	0.015

3.4 流体黏滞系数的影响

图 4 分析了流体黏滞系数 η 在 $1.0 \times 10^{-3} \sim 1.5 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 范围内 3 种体波的波速和衰减的变化。可以发现, P_1 、 P_2 、S 波的波速均随 η 的增大而减小;

对于衰减, P_1 和 S 波随 η 增大而减小, P_2 波则相反。从图中还可以看出, 当 η 大于某个值后, P_1 和 S 波的波速和衰减变化很小; P_2 波的波速和衰减受流体黏滞系数的影响较大。

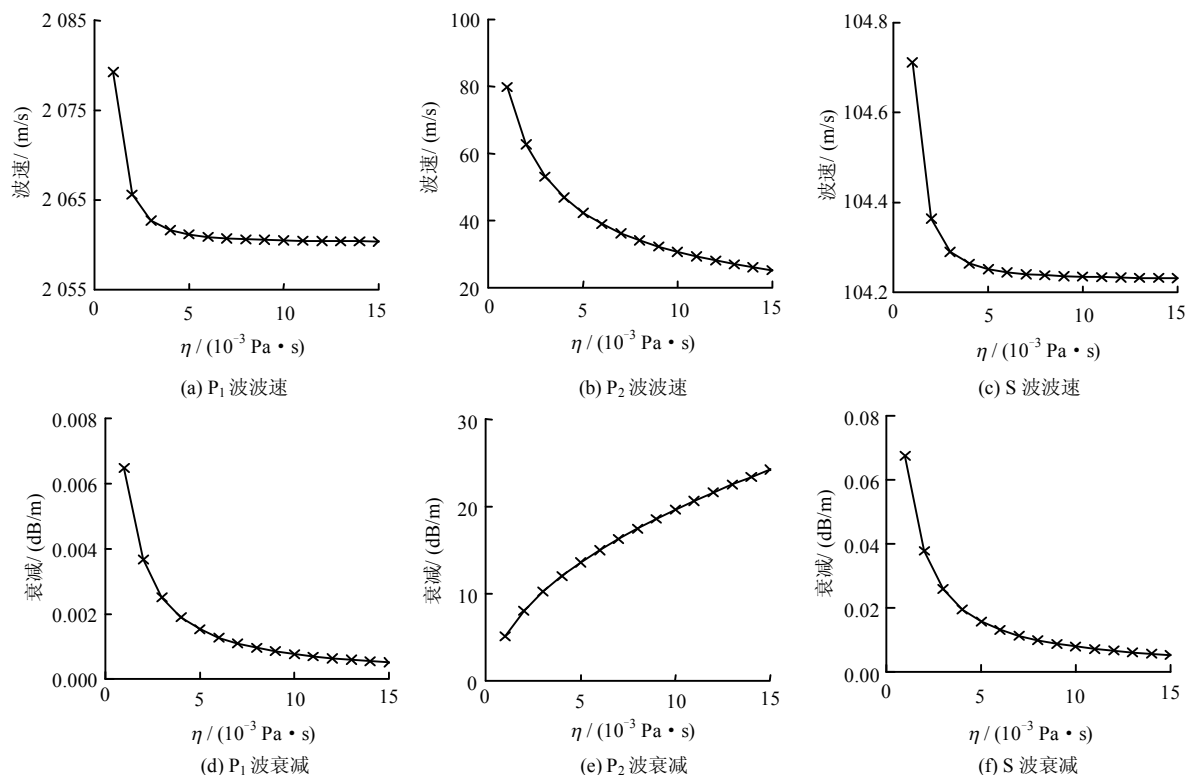


图 4 波速和衰减随流体黏滞系数的变化曲线 ($f = 100 \text{ Hz}$)

Fig.4 Curves of wave velocity and attenuation vs. fluid viscosity η ($f = 100 \text{ Hz}$)

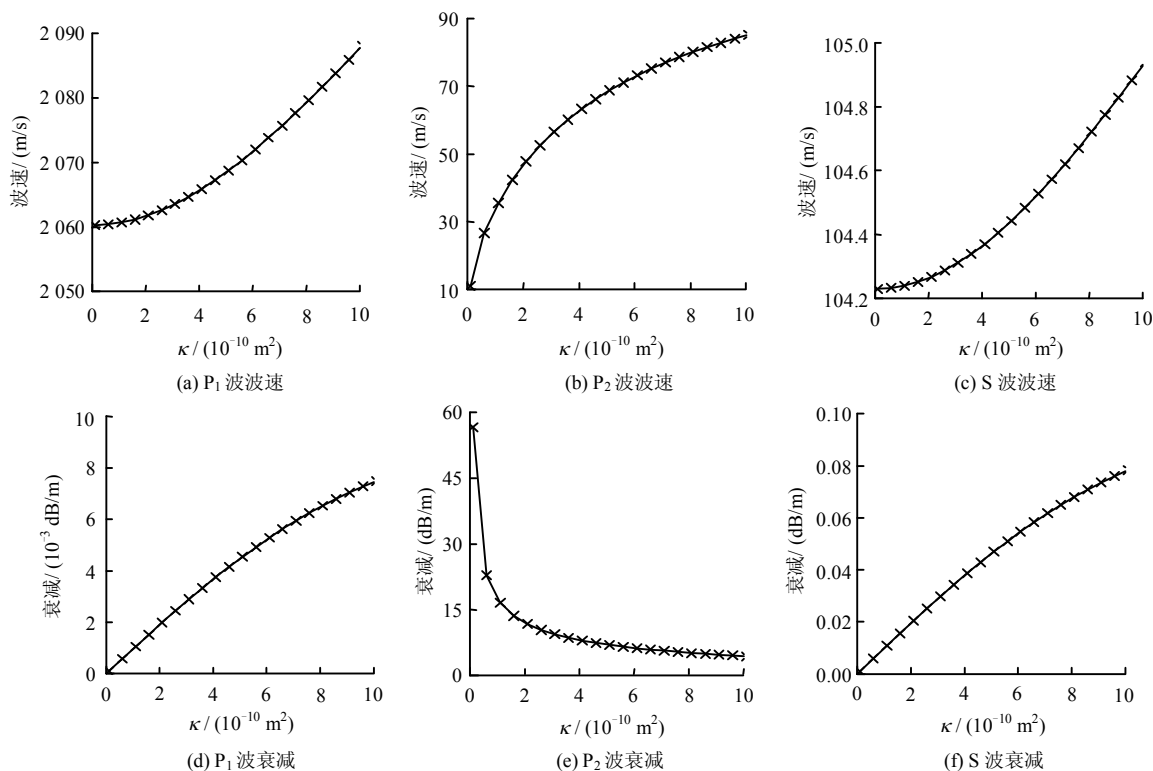


图 5 波速和衰减随动力渗透系数的变化曲线 ($f = 100 \text{ Hz}$)

Fig.5 Curves of wave velocity and attenuation vs. dynamic permeability κ ($f = 100 \text{ Hz}$)

3.5 动力渗透系数的影响

图 5 分析了动力渗透系数 κ 在 $1.0 \times 10^{-11} \sim 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ 范围内 3 种体波的波速和衰减的变化。与图 4 对比可以发现, P_1 、 P_2 、S 波的波速和衰减随动力渗透系数 κ 的变化规律与其随流体黏滞系数 η 的变化规律基本相反, 即: 3 种体波的波速和衰减均随 κ 的增大而增大, P_1 、S 波的衰减随 κ 的增大而增大, P_2 波的衰减则相反。由图可以看出, 动力渗透系数对 P_2 波的波速和衰减影响较大。

4 结 论

(1) 固体颗粒压缩性对 P_1 、 P_2 波的波速和衰减有影响, 而对 S 波的影响非常小; 当表征固体颗粒压缩性的 Biot 系数 α 值越大 (越接近 1, 即比值 K_b / K_s 越接近 0) 时, 考虑或不考虑固体颗粒压缩性两种情况下体波的传播特性差异很小, 而当 α 值越小 (如 $\alpha = 0.8789$) 时, 两者的差异较为明显。

(2) 孔隙率对 3 种体波的波速和衰减都有影响, 其中, 对 P_1 、S 波的波速影响较为显著; 数值分析中还发现, 当孔隙率接近于 1 (如 $n = 0.996$) 时, P_1 、 P_2 波之间发生了相互转换。

(3) 3 种体波的波速和衰减均随流体黏滞系数和动力渗透系数而变化, 且在这两种参数下相应体波的变化规律基本相反, 其中, 对 P_2 波的影响较为显著。

(4) 3 种体波的波速和衰减都随频率的增大而增大, 其中, 频率对 P_2 波的影响较大; 在高频范围内 P_2 波的波速大于 S 波的波速。

(5) 在分析以上 5 种参数的影响时, 都可以发现, P_1 波传播最快、衰减最慢, P_2 波传播慢、衰减最快。

在双相多孔介质波动理论中, 体波的传播特性是最基本的问题, 也是研究体波在分界面处的反射与透射、表面波传播特性等问题的基础。饱和土是常见的一种土, 也是典型的双相多孔介质, 本文关于双相多孔介质中体波的传播特性的研究结果在地震、勘探、交通等领域有着实际工程意义。

参 考 文 献

- [1] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I & II [J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1956, 28(2): 168—191.
- [2] DENNEMAN A I M, DRIJKONINGEN G G, SMEULDERS D M J, et al. Reflection and transmission of waves at a fluid/porous-medium interface[J]. **Geophysics**, 2002, 67(1): 282—291.
- [3] LU J F, HANYGA A, JENG D S. A linear dynamic model for a saturated porous medium[J]. **Transport in Porous Media**, 2007, 68: 321—340.
- [4] 周新民, 孙鸣宇, 夏唐代, 等. 饱和土中流体对压缩波传播特性影响[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 40(6): 974—977.
ZHOU Xin-min, SUN Ming-yu, XIA Tang-dai, et al. Effect of the fluid on propagation characteristics of compressible waves in saturated soils[J]. **Journal of Harbin Institute of Technology**, 2008, 40(6): 974—977.
- [5] ZHOU F X, LAI Y M, SONG R X. Propagation of plane wave in non-homogeneously saturated soils[J]. **Science China Technological Sciences**, 2013, 56(2): 430—440.
- [6] DAI Z J, KUANG Z B, ZHAO S X. Reflection and transmission of elastic waves from the interface of a fluid-saturated porous solid and a double porosity solid[J]. **Transport in Porous Media**, 2006, 65: 237—264.
- [7] BESKOS D E. Dynamics of saturated rocks. I&II[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1989, 115: 982—1016.
- [8] 杨峻, 吴世明, 蔡袁强. 饱和土中弹性波的传播特性[J]. 振动工程学报, 1996, 9(2): 128—137.
YANG Jun, WU Shi-ming, CAI Yuan-qiang. Characteristics of propagation of elastic waves in saturated soils[J]. **Journal of Vibration Engineering**, 1996, 9(2): 128—137.
- [9] KIM S H, KIM K J, BLOUIN S E. Analysis of wave propagation in saturated porous media. I&II[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2002, 191: 4061—4091.
- [10] 周凤玺, 赖远明. 饱和冻土中弹性波的传播特性[J]. 岩土力学, 2011, 32(9): 2669—2674.
ZHOU Feng-xi, LAI Yuan-ming. Propagation characteristics of elastic waves in saturated frozen soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(9): 2669—2674.
- [11] 李鹏, 宋二祥. 渗透系数极端情况下饱和土中压缩波波速及其物理本质[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 1979—1985.
LI Peng, SONG Er-xiang. Compressional wave velocity and its physical nature in saturated soils with extreme permeability values[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(7): 1979—1985.
- [12] SHARMA M D. Wave propagation in a dissipative poroelastic medium[J]. **IMA Journal of Applied Mathematics**, 2013, 78: 59—69.

- [13] 陈龙珠, 吴世明, 曾国熙. 弹性波在饱和土层中的传播[J]. 力学学报, 1987, 19(3): 276—283.
CHEN Long-zhu, WU Shi-ming, ZENG Guo-xi. Propagation of elastic waves in water-saturated soils[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 1987, 19(3): 276—283.
- [14] YANG J, WU S M. Reflection and transmission of seismic waves at an interface between two saturated soils[J]. **Acta Seismologica Sinica**, 1997, 10(1): 35—42.
- [15] 黄茂松, 李进军. 饱和多孔介质土动力学理论与数值解法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2004, 32(7): 851—856.
HUANG Mao-song, LI Jin-jun. Dynamics of fluid-saturated porous media and its numerical solution[J]. **Journal of Tongji University(Natural Science)**, 2004, 32(7): 851—856.
- [16] 房莹光. 饱和土介质的固一流耦合动力方程的势函数分解[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(6): 936—940.
FANG Ying-guang. Decomposition of potential functions for dynamic solid-fluid coupling equations of liquid-saturated soils[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(6): 936—940.
- [17] HAN L, DAI L M. Three-dimensional shear and compressional wave propagation of multiple point sources in fluid-saturated elastic porous media[C]// Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Park K: Journal of Multi-body Dynamics, 2013: 1—16.
- [18] STOLL R D, BRYAN G M. Wave attenuation in saturated sediments[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1970, 47(5): 1440—1447.
- [19] NANDAL J S, SAINI T N. Propagation and attenuation of elastic waves in a double porosity medium[J]. **ISRN Geophysics**, 2013(2013): 1—10.